Fisica Generale

November 21, 2025

1 Vettori

1.1 Notazione

$\vec{a} \in \mathbb{R}^n$

$$\vec{a} = (a_1, a_2, \ldots, a_n) : a_j \in \mathbb{R}^n$$

1.2 Definizioni

Quantità scalari sono le quantità definite da un numero (un vettore unidimensionale) e un'unità di misura (esempio: temperatura)

Quantità vettoriali definite da un vettore $\vec{a} \in \mathbb{R}^n : n > 1$ e un unità di misura (esempio: distanza)

Quantità tensoriali ??

1.3 Rappresentazione grafica

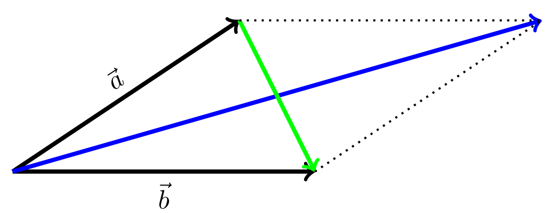
Un vettore è rappresentato da una freccia, che ha:

- Una direzione
- Un verso
- Modulo (un valore assoluto ed è la lunghezza della suddetta freccia)

Dato un $\vec{a}$, il suo inverso è un vettore che ha uguale modulo ma verso opposto.

1.4 Somma

Regola del parallelogramma:



- blu $= \vec{a} + \vec{b}$
- verde $= \vec{a} - \vec{b}$

1.5 Prodotto per scalare

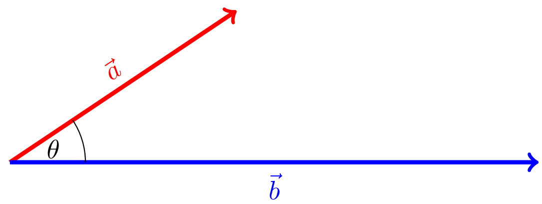
Dati $\lambda \in \mathbb{R}$ e $\vec{a} \in \mathbb{R}^n$, $\vec{b} = \lambda\vec{a} \in \mathbb{R}^n$ è un vettore con stessa direzione di $\vec{a}$ se:

- Se $\lambda > 0$, stesso verso
- Se $\lambda < 0$, verso opposto

Il modulo di $\vec{b}$ è uguale a $|\lambda|$ volte quello di $\vec{a}$

1.6 Prodotto scalare

Un operazione che prende due vettori e restituisce un numero.



$$\vec{a} * \vec{b} = |\vec{a}| * |\vec{b}| * \cos\theta$$

Dove $|\vec{a}|$ è il modulo di $|\vec{a}|$ (similmente per $\vec{b}$) e θ è l'angolo compreso tra $\vec{a}$ e $\vec{b}$.

1.6.1 Proprietà

- Commutativa: $\vec{a} * \vec{b} = \vec{b} * \vec{a}$
- Distributiva: $\vec{a} * (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} * \vec{b} + \vec{a} * \vec{c}$
- $\forall \lambda \in \mathbb{R} : \lambda(\vec{a} * \vec{b}) = (\lambda\vec{a}) * \vec{b} = \vec{a} * (\lambda\vec{b})$

1.7 Componente

Dato $\vec{a} \in \mathbb{R}^n$ e vettore di modulo 1 (vettore unitario) $\vec{u} \in \mathbb{R}^n$, definiamo la componente di $\vec{a}$ lungo $\vec{u}$ il numero:

$$\vec{a} * \vec{u} = |\vec{a}| * |\vec{u}| * \cos\theta = |\vec{a}| * \cos\theta$$

1.7.1 Versore

Chiamiamo versori i vettori di modulo 1, e li indichiamo con $\hat{u}$.

1.7.2 Vettore componente

Dati $\vec{a}, \hat{u}$, definiamo il vettore componente $\vec{a}_u$ come il vettore lungo $\hat{u}$ con modulo $|\vec{a} * \hat{u}|$.

$$\vec{a}_u = a_{\hat{u}} * \hat{u}$$

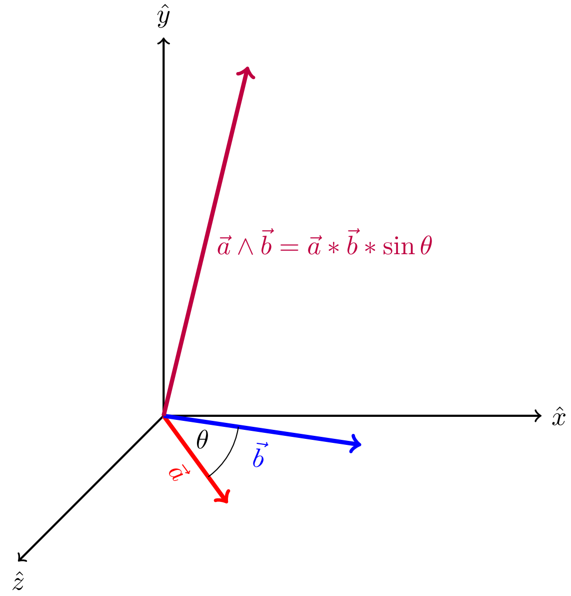
Il modulo di un vettore (o norma) è legato al prodotto scalare da $|a^2| = \vec{a} * \vec{a}$, infatti $\vec{a} * \vec{a} = |a| * |a| * \cos\theta$.

1.8 Prodotto vettoriale

Un operazione che prende 2 vettori e restituisce un vettore in $\mathbb{R}^3$.

$$\vec{a} \wedge \vec{b} \text{ (”a vettor b”)}$$

$\vec{a} \wedge \vec{b}$ è definito come il vettore che vive lungo la direzione ortogonale al piano individuato da $\vec{a}$ e $\vec{b}$, che ha modulo $|\vec{a}| * |\vec{b}| * \sin\theta$ e un verso determinato dalla ”regola della mano destra”.

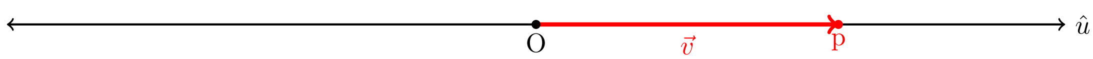


1.8.1 Proprietà

- Distributiva: $(\vec{a} * \vec{b}) \wedge \vec{c} = \vec{a} \wedge \vec{c} + \vec{b} \wedge \vec{c}$
- Non vale la proprietà associativa: $(\vec{a} \wedge \vec{b}) \wedge \vec{c} \neq \vec{a} \wedge (\vec{b} \wedge \vec{c})$

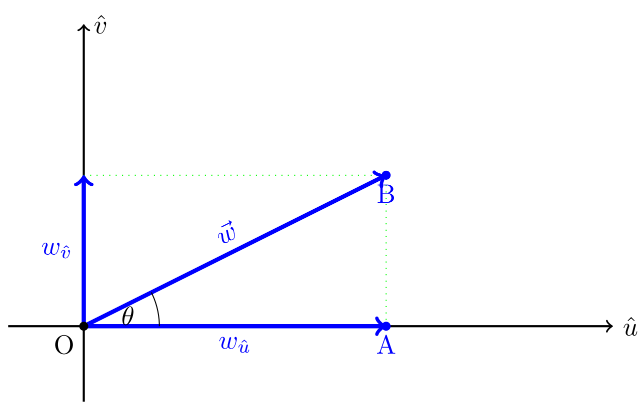
1.9 Vettori e coordinate

Possiamo passare ad una trattazione algebrica dei vettori introducendo un sistema di riferimento. Questo significa introdurre un insieme di vettori privilegiato ed esprimere ogni altro vettore in termini delle componenti corrispondente.
In una dimensione, un sistema di riferimento è dato da un singolo versore $\hat{u}$:



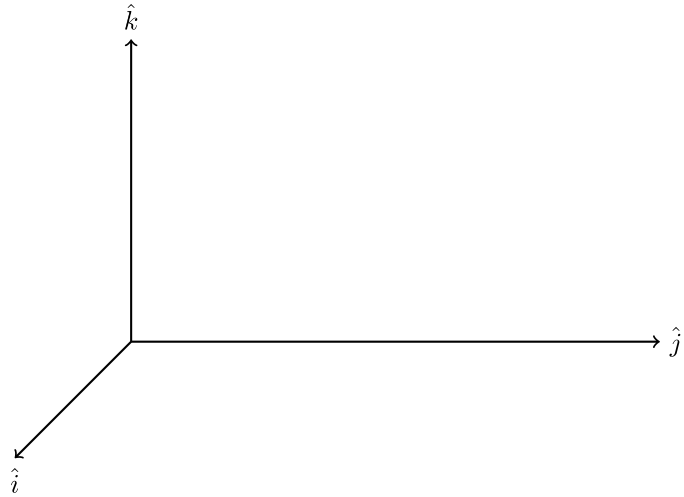
$$\vec{v} = v_{\hat{u}} * \hat{u}$$
$$|\vec{v}| = \vec{v} * \hat{u} = |\vec{v}_{\hat{u}}|$$

In due dimensioni, un sistema di riferimento è dato da due versori ortogonali:



$$\vec{w} = w_{\hat{u}}\hat{u} + w_{\hat{v}}\hat{v} \rightarrow (w_{\hat{u}}, w_{\hat{v}}) \in \mathbb{R}^2$$

In tre dimensioni, un sistema di riferimento è determinato da tre versori ortogonali (di solito i versori sono indicati come $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$ oppure come $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$):



Siccome i versori sono ortogonali: $\hat{i} \wedge \hat{j} = \hat{k}, \hat{j} \wedge \hat{i} = -\hat{k}$

1.10 Operazioni tra vettori in coordinate

Le coordinate sono le componenti di un vettore rispetto ai versori (o "assi") del sistema di riferimento.

Somma $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z), \vec{b} = (b_x, b_y, b_z)$

$$\vec{a} + \vec{b} = (a_x + b_x, a_y + b_y, a_z + b_z)$$

Prodotto per scalare $\lambda \in \mathbb{R}, \vec{a} \in \mathbb{R}^3, \vec{a} = (a_x, a_y, a_z)$

$$\lambda\vec{a} = (\lambda a_x, \lambda a_y, \lambda a_z)$$

Prodotto scalare $\vec{a} = a_i\hat{i} + a_j\hat{j} + a_k\hat{k}, \vec{b} = b_i\hat{i} + b_j\hat{j} + b_k\hat{k}$

$$\vec{a} * \vec{b} = a_i b_i + a_j b_j + a_k b_k$$
$$\vec{a} * \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}| \cos\theta$$
$$\theta = \arccos\left[\frac{a_i b_i + a_j b_j + a_k b_k}{|\vec{a}||\vec{b}|}\right]$$

Prodotto vettoriale $\vec{a} = a_i\hat{i} + a_j\hat{j} + a_k\hat{k}, \vec{b} = b_i\hat{i} + b_j\hat{j} + b_k\hat{k}$

$$\vec{a} \wedge \vec{b} = (a_j b_k - a_k b_j, a_k b_i - a_i b_k, a_i b_j - a_j b_i)$$

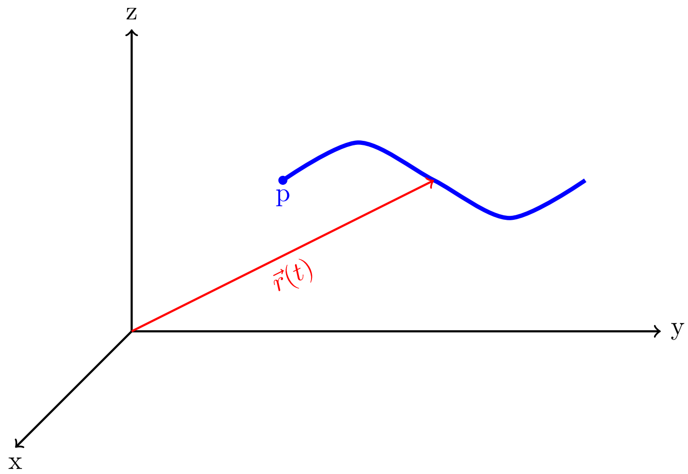
1.11 Regola mnemonica del determinante

Le componenti di $\vec{a} \wedge \vec{b}$ si ottengono calcolando il determinante di:

$$\det \begin{pmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ a_i & a_j & a_k \\ b_i & b_j & b_k \end{pmatrix} = \hat{i}(a_j b_k - a_k b_j) - \hat{j}(a_i b_k - a_k b_i) + \hat{k}(a_i b_j - a_j b_i)$$

2 Cinematica

La cinematica è lo studio moto. Il moto dipende dal sistema di riferimento.



Possiamo descrivere il moto di un punto materiale come una funzione.

$$\begin{array}{cccc} r: & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R}^3 \\ & t & \to & \vec{r}(t) \end{array}$$

2.1 Punto

2.1.1 Definizione

Dato $\vec{r}(t)$ che descrive il moto di un punto, definiamo la traiettoria come il luogo dei punti dello spazio "esplorati" da $\vec{r}(t)$ al variare di t.
$\vec{r}(t)$ è un vettore dimensionale:

$$\vec{r}(t) = (r_x(t), r_y(t), r_z(t))$$

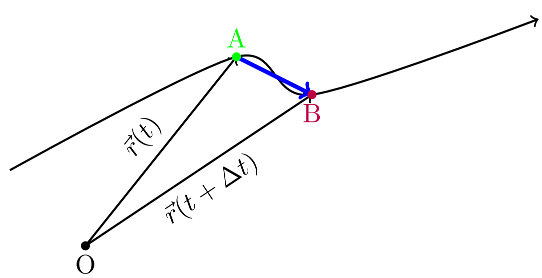
2.1.2 Notazione

$$[r_x] = (m)$$

2.2 Velocità

2.2.1 Definizione

La velocità è una funzione vettoriale che associa ad ogni tempo "lo spostamento infinitesimo" in un intervallo di tempo infinitesimo.



$$\vec{v}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t} = \frac{d}{dt}\vec{r}(t)$$

$\vec{v}(t)$ è un vettore che possiamo esprimere in componenti

$$\vec{v}(t) = (v_x(t), v_y(t), v_z(t))$$

Perciò:

$$\begin{gathered} \vec{r}(t) = (r_x(t), r_y(t), r_z(t)) \\ v_x(t) = \tfrac{d}{dt} r_x(t) \\ v_y(t) = \tfrac{d}{dt} r_y(t) \\ v_z(t) = \tfrac{d}{dt} r_z(t) \end{gathered}$$

2.2.2 Notazione

La velocità si misura in m/s

2.2.3 Proprietà della derivata

- $\frac{d}{dt}(\vec{f}(t) + \vec{g}(t)) = \frac{d}{dt}\vec{f}(t) + \frac{d}{dt}\vec{g}(t)$
- Sia $\lambda(t)$ una funzione reale in $\mathbb{R}$ e $\vec{f}(t) \in \mathbb{R}^3$: $\frac{d}{dt}(\lambda(t)\vec{f}(t)) = (\frac{d}{dt}\lambda(t))\vec{f}(t) + \lambda(t)(\frac{d}{dt}\vec{f}(t))$
- Siano $\vec{f}(t), \vec{g}(t) \in \mathbb{R}^3$, allora: $\frac{d}{dt}(\vec{f}(t)\vec{g}(t)) = (\frac{d}{dt}\vec{f}(t))\vec{g}(t) + \vec{f}(t)(\frac{d}{dt}\vec{g}(t))$
- $\frac{d}{dt}(\vec{f}(t) \wedge \vec{g}(t)) = (\frac{d}{dt}\vec{f}(t)) \wedge \vec{g}(t) + \vec{f}(t) \wedge (\frac{d}{dt}\vec{g}(t))$

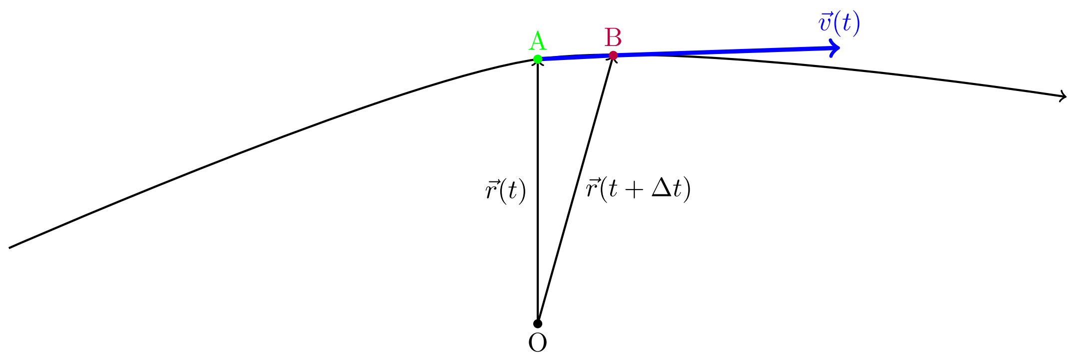
2.3 Accelerazione

2.3.1 Definizione

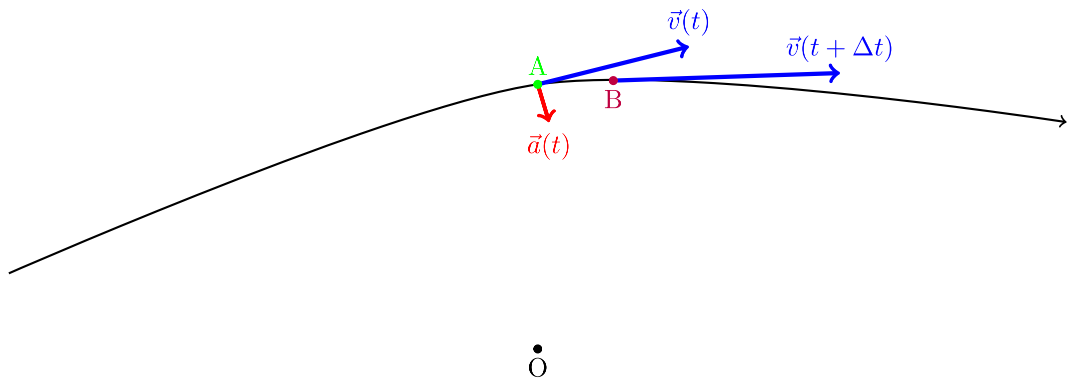
Dato $\vec{r}(t)$ con velocità $\vec{v}(t)$, definiamo l'accelerazione come:

$$\vec{a}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)}{\Delta t} = \frac{d}{dt}\vec{v}(t) = \frac{d^2}{dt^2}\vec{r}(t)$$

Graficamente, la velocità è sempre tangente alla traiettoria.



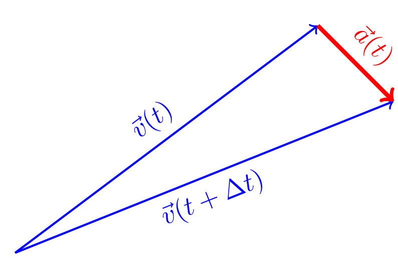
Si può identificare graficamente l'accelerazione come differenza dei vettori $\vec{v}(t)$ e $\vec{v}(t+\Delta t)$ per Δt "piccolo"



Perciò vale la formula (si usa $\simeq$ poiché Δt è finito):

$$\vec{a}(t) \simeq \frac{\vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)}{\Delta t}$$

che graficamente è:



2.4 Il "problema inverso"

Capita molto più spesso di avere informazioni su $\vec{v}(t)$ o $\vec{a}(t)$ e di voler ricostruire $\vec{r}(t)$. Questo è definito come il "problema inverso" della cinematica, che si riconduce alla risoluzione di equazioni differenziali

3 Moti

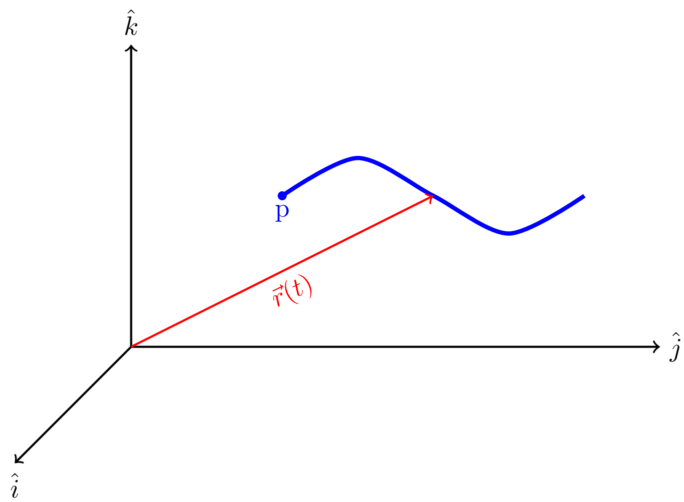
Il moto si può classificare in base alle quantità definite (velocità, accelerazione, raggio di curva, ...).

3.0.1 Rappresentazione intrinseca del moto

Si possono introdurre una serie di elementi per caratterizzare il moto in modo "intrinseco", cioè indipendente dal sistema di riferimento. Il primo concetto presentato è quello della ascissa curvilinea

3.0.2 Ascissa curvilinea

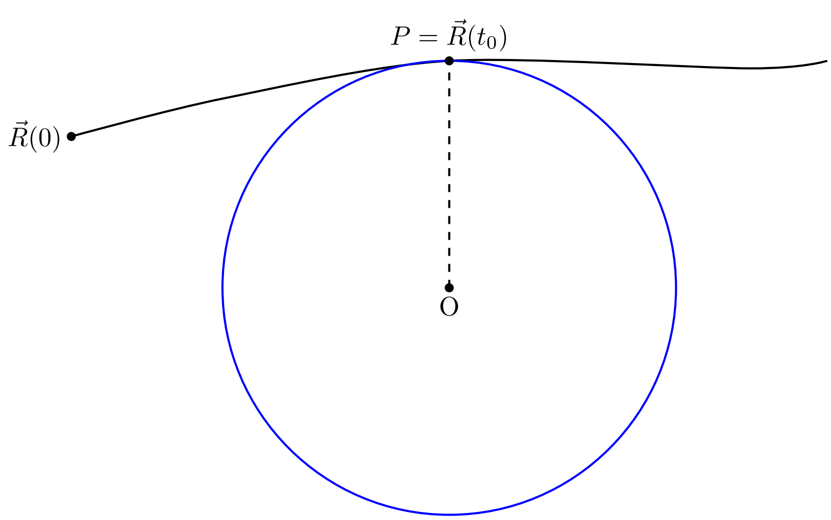
L'ascissa curvilinea, $s(t)$, è la lunghezza della traiettoria percorsa fino al tempo t.



$$\begin{aligned} s(t) &\simeq \sum_{t'} |\vec{r}(t'+\Delta t) - \vec{r}(t')| \\ &\simeq \sum_{t'} \Delta t |\vec{v}(t')| \\ &= \int_0^t |\vec{v}(t')| dt' \end{aligned}$$

3.1 Cerchio osculatore

Data una curva $\vec{R}(t)$ e un punto $P = \vec{R}(t_0)$, definiamo il cerchio osculatore come il cerchio che meglio approssima la curva vicino a P.



Vicino a P, la curva è indistinguibile dal cerchio blu.

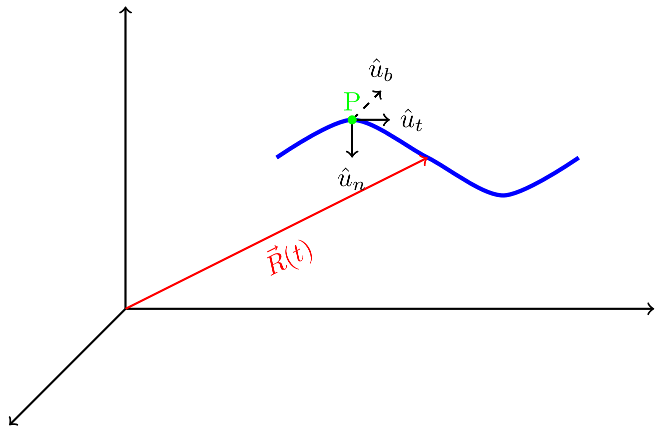
3.2 Terna vettoriale intrinseca

Data una curva $\vec{R}(t)$ e un punto P su $\vec{R}(t)$, possiamo definire la seguente terna di versori:

$\hat{u}_t$ è il versore tangente a $\vec{R}(t)$ in P

$\hat{u}_n$ è il versore che punta verso il centro del raggio osculatore

$\hat{u}_b$ è il versore ortogonale a $\hat{u}_t$ e $\hat{u}_n$ $(\hat{u}_t \wedge \hat{u}_n)$



Si possono esprimere velocità e accelerazione in funzione della terna soprascritta. Questa rappresentazione è utile perchè è indipendente da un sistema di riferimento fissato a priori.

3.2.1 Velocità

Il vettore velocità è, per definizione, parallelo a $\hat{u}_t$.

$$\vec{v}(t) = (\frac{d}{dt}s(t))\hat{u}_t = \dot{s}(t)\hat{u}_t$$

Questa equazione motiva la definizione $\dot{s}(t) =$ "velocità scalare"

3.2.2 Accelerazione

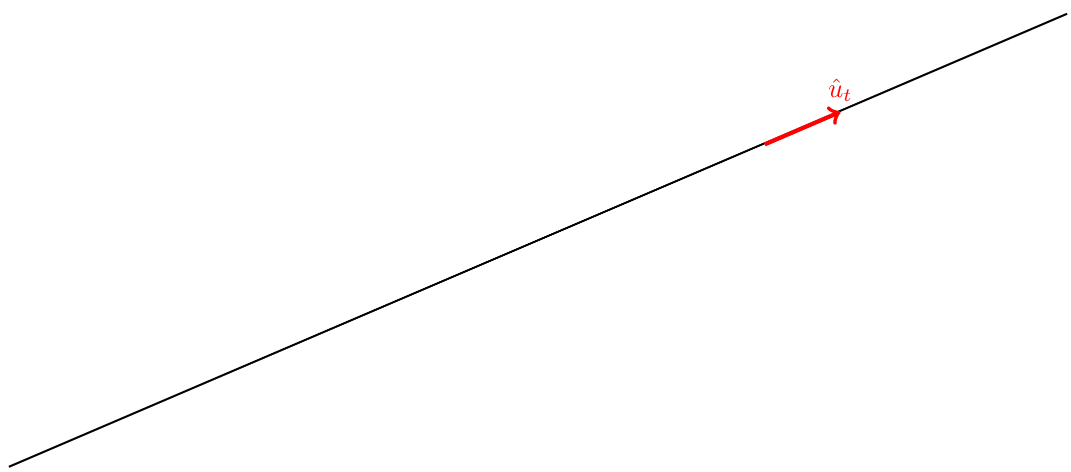
$$\vec{a}(t) = \ddot{s}(t)\hat{u}_t + \frac{\dot{s}(t)^2}{\rho}\hat{u}_n$$

$\ddot{s}(t)$ "accelerazione tangenziale"

$\frac{\dot{s}(t)^2}{\rho}$ "accelerazione normale" e "centripeta"

3.3 Moto rettilineo uniforme

Un moto caratterizzato da $\vec{a}(t) = 0 \forall t$, quindi $\vec{v}(t) \implies \vec{v}$ costante $\forall t$.



$$\vec{v}(t) = \dot{s}(t)\hat{u}_t = v\hat{u}_t$$

$\dot{s}(t) = v$ costante.

La legge del moto (cioè la legge che descrive $\vec{R}(t)$) è:

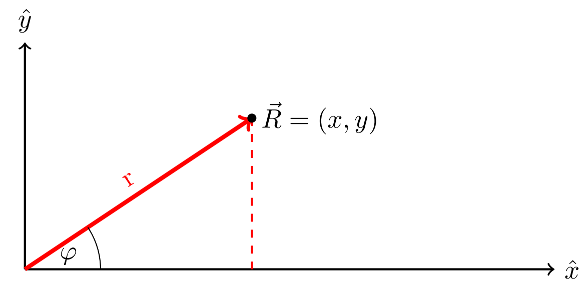
$$\vec{R}(t) = \vec{R}(t_0) + (t - t_0)v\hat{u}_t$$

3.4 Moto uniformemente accelerato

Un moto caratterizzato da $\vec{a}(t) = \vec{a}$ costante. Siccome $\vec{a}$ è costante, tutto il moto si svolge su un piano. La legge del moto è:

$$\vec{R}(t) = \frac{1}{2}(t - t_0)^2\vec{a} + (t - t_0)\vec{v}(t_0) + \vec{R}(t_0)$$

3.5 Coordinate polari



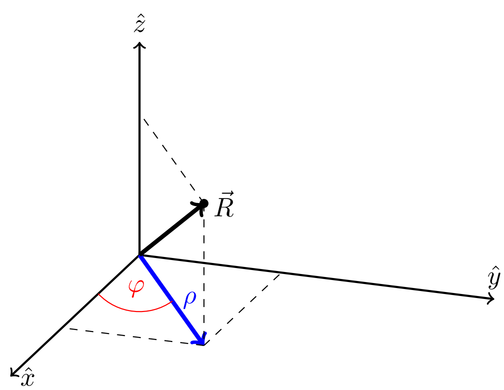
- $r = |\vec{R}|$
- φ angolo tra $\vec{R}$ e $\hat{x}$ (angolo polare)
- $x = r\cos\varphi$
- $y = r\sin\varphi$

Con un nuovo sistema di versori $\hat{u}_r$ e $\hat{u}_\varphi$ che dipendono dal punto.

$\hat{u}_r$ è lungo $\vec{R}$ e punta "all'esterno"

$\hat{u}_\varphi$ è ortogonale a $\hat{u}_r$ punta in direzione antioraria

3.6 Coordinate cilindriche

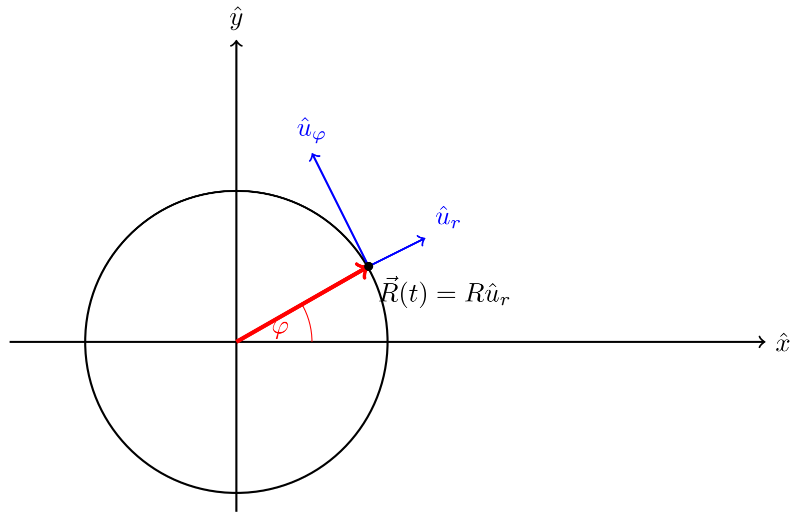


ρ lunghezza (modulo) del vettore blu

φ angolo tra vettore blu e $\hat{x}$

$$\vec{R} = (x, y, z) = (\rho\cos\varphi, \rho\sin\varphi, z)$$

3.7 Moto circolare



Moto lungo una circonferenza, è immediato vedere che $\hat{u}_\varphi = \hat{u}_t$. Per descrivere il moto:

$$\vec{R}(t) = R\hat{u}_r(t) = R\cos\varphi\hat{x} + R\sin\varphi\hat{y}$$

3.7.1 Velocità

$$\begin{aligned}\dot{\vec{R}}(t) &= -\dot{\varphi}R\sin\varphi\hat{x} + \dot{\varphi}R\cos\varphi\hat{y} \\ &= \dot{\varphi}R(-\sin\varphi\hat{x} + \cos\varphi\hat{y})\end{aligned}$$

$\dot{\varphi}(t)$ velocità angolare (la variazione dell'angolo polare in un piccolo intervallo di tempo).

3.7.2 Accelerazione

$$\vec{a}(t) = R\ddot{\varphi}(t)\hat{u}_\varphi - R\dot{\varphi}(t)^2\hat{u}_r$$

$R\ddot{\varphi}$ accelerazione tangenziale

$-R\dot{\varphi}^2$ accelerazione normale o centripeta

Se $R\ddot{\varphi} = 0$ parliamo di moto circolare uniforme, dove la velocità angolare è costante (ω), ma l'accelerazione centripeta è $a_n = -R\omega^2 \neq 0$.

φ si misura in radianti (rad), $\dot{\varphi}(t)$ si misura (rad/s).

3.8 Moti periodici

Un moto è detto periodico con periodo T se:

$$\vec{R}(t + nT) = \vec{R}(t)$$

$\forall n \in \mathbb{N}$

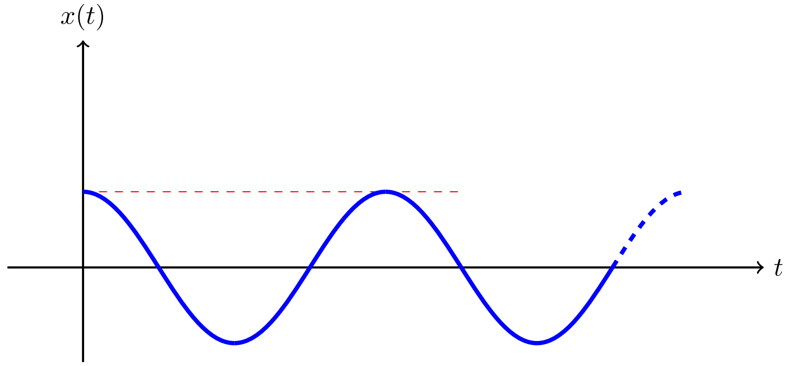
T periodo

υ frequenza ($\frac{1}{T}$)

ω pulsazione ($\frac{2\pi}{T}$)

Il moto circolare uniforme è un esempio di moto periodico

3.8.1 Moto armonico



Un qualsiasi moto caratterizzato da una equazione differenziale del tipo:

$$\ddot{\vec{R}}(t) = -A\vec{R}(t)$$

$\forall A > 0$

Data $\ddot{f}(t) = -Af(t)$, la soluzione più generale è:

$$f(t) = \alpha \sin(\omega t + \varphi_0)$$

dove $\omega = \sqrt{A}$, mentre α e φ_0 sono parametri liberi che vanno fissati dalle condizioni iniziali.

4 Statica

La statica si occupa dello studio delle forze in situazioni di equilibrio.

4.1 Forze

Una forza è "l'entità" che causa una variazione del moto di un corpo. Matematicamente, una forza è descritta da un vettore $\vec{F}$.

"Intensità" corrisponde a $|\vec{F}|$

Direzione e verso corrispondono alla direzione e verso di $\vec{F}$

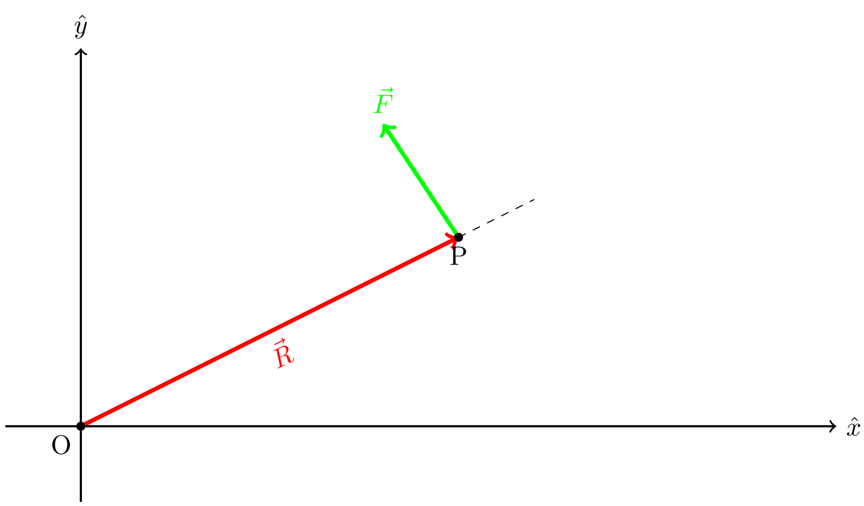
Quando si applicano due forze allo stesso oggetto, si può descrivere la forza risultante come la somma dei vettori delle due forze.

"Vettori liberi" vettori definiti da modulo, direzione e verso

"Vettori applicati" vettori in cui, oltre a modulo, direzione e verso, si specifica anche il punto di applicazione

È importante descrivere le forze come vettori applicati perchè il punto di applicazione è rilevante.

4.2 Momento di una forza



Dati i punti O, P e $\vec{R}$, si definisce il momento della forza $\vec{F}$ (che agisce su P) rispetto ad O come:

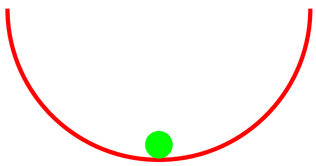
$$\vec{M} = \vec{r} \wedge \vec{F}$$

4.3 Quiete

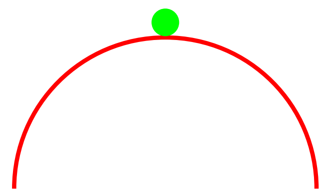
Un punto è in quiete in un sistema di riferimento, se ha una velocità nulla in ogni istante.

4.4 Equilibrio

Se un sistema di punti inizialmente in quiete rimane in quiete (anche se agiscono forze), si dice che si trova in uno stato di equilibrio. Si parla di equilibrio stabile se "piccole variazioni" dal sistema portano a piccoli spostamenti, altrimenti l'equilibrio è instabile.



Equilibrio stabile



Equilibrio instabile

4.5 Enunciato principale della statica

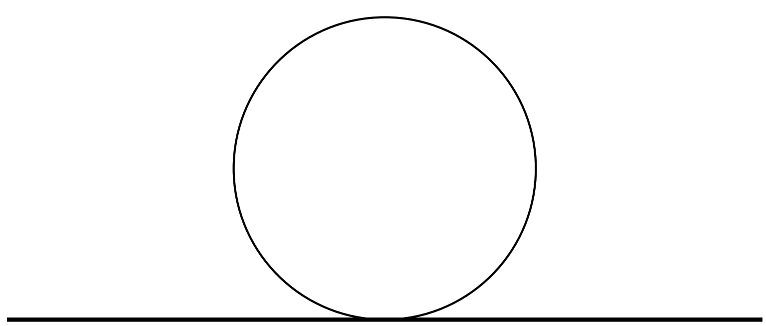
Condizione necessaria e sufficiente affinchè un insieme di punti (o un "corpo esteso") sia all'equilibrio è che la risultante di tutte le forze sia nulla e che il momento totale delle forze sia nullo.

$$\sum_i \vec{F}_i = 0$$
$$\sum_i \vec{r}_i \wedge \vec{F}_i = 0$$

4.6 Reazioni vincolari

Si parla di reazioni vincolari quando ci sono dei vincoli. Un vincolo è una condizione che rende inaccessibili al punto alcune porzioni dello spazio.

esempio, il tavolo impedisce alla palla di accedere ai punti con $y < 0$:



Tavolo

A livello microscopico, il tavolo si "deforma un po'", e possiamo pensarlo come un insieme di piccole molle.

Un vincolo si dice liscio se non oppone resistenza rispetto ad un moto tangenziale alla superficie del vincolo ("no attrito").

5 Dinamica

La dinamica è lo studio delle forze e degli effetti sul moto. Esistono 4 tipi di forze fondamentali:

- Forza elettromagnetica

- Forza gravitazionale
- Forza "nucleare debole"
- Forza "nucleare forte"

La dinamica classica si basa su tre leggi fondamentali, storicamente formalizzate da Newton.

5.1 Prima legge

5.1.1 Formulazione intuitiva

Un corpo su cui la risultante delle forze è nulla mantiene inalterato il suo stato di quiete o moto. Questa enunciazione non è precisa, perchè tratta in modo implicito il sistema di riferimento.

5.1.2 Formulazione precisa

Esiste un sistema di riferimento tale che un corpo materiale che sia sufficientemente lontano da tutti gli altri corpi o è in quiete o si muove di moto rettilineo uniforme. Tale sistema di riferimento è detto inerziale.

Esistono infiniti sistemi di riferimento inerziali. Supponendo di avere un sistema di riferimento inerziale S. Prendendo S' che si muove rispetto ad S di moto uniforme con velocità $\vec{w}$. Anche S' è un sistema di riferimento inerziale.

Se su un punto P nel sistema S inerziale:

$$\vec{Q}(t) = \vec{v}(t) + \vec{Q}(t_0)$$

È importante determinare i sistemi di riferimento inerziali perchè la descrizione delle leggi fisiche è la stessa in tutti i sistemi di riferimento. Questo concetto è formalizzabile nel "principio di relatività Galileiano". Sistemi di riferimento inerziali sono un'idealizzazione. Qualsiasi sistemi di riferimento che prendiamo in pratica ha delle "deviazioni" da un sistema di riferimento inerziale ideale. L'importante è che gli effetti dovuti all'aver scelto un sistema non inerziali siano trascurabili rispetto al moto che si vuole descrivere.

5.2 Seconda legge

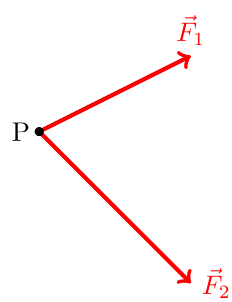
Un punto materiale su cui agisce una forza $\vec{F}$, accelera con un'accelerazione $\vec{a}$ proporzionale a $\vec{F}$. La costante di proporzionalità è detta massa:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

- La massa si misura in Kg
- La forza si misura in Newton N

$1N$ corrispende alla forza che imprime un'accelerazione di $1m/s^2$ ad un corpo di massa $1Kg$.

L'effetto di molte forze applicate allo stesso punto è quello di un vettore forza che è la somma di tutti i vettori forza, e lo stesso vale per l'accelerazione.



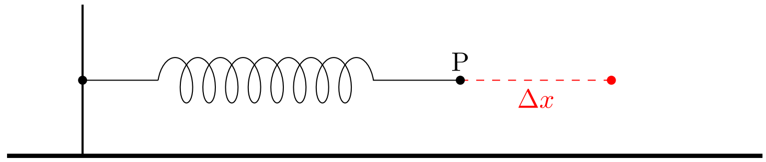
$$\vec{F}_t = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \implies \vec{a}_t = \frac{\vec{F}_t}{m} = \frac{\vec{F}_1}{m} + \frac{\vec{F}_2}{m} = \vec{a}_1 + \vec{a}_2$$

5.3 Terza legge

Se un punto A esercita una forza $\vec{F}$ su un punto B, allora B esercita una forza $-\vec{F}$ su A.

5.4 Forza elastica

La forza elastica è quella esercitata da una molla che viene allungata o compressa rispetto a lunghezza di riposo.



5.4.1 Legge di Hooke

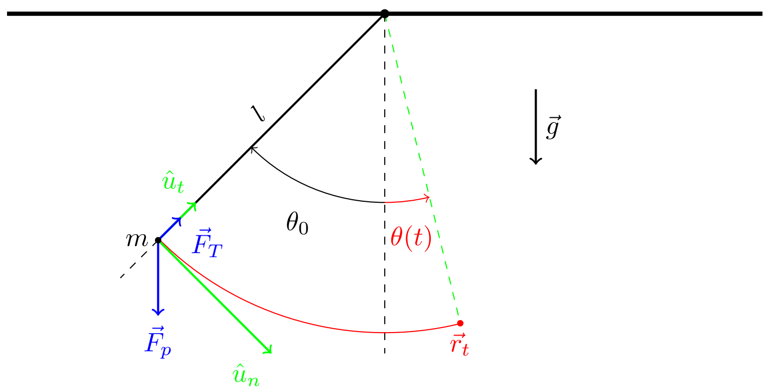
$$\vec{F} = -K(\Delta x)\hat{x}$$

Dato P di massa m all'estremo della molla, ha un'accelerazione (in modulo).

$$a = \frac{|\vec{F}|}{m} = \frac{K}{m}(\Delta x)$$

A differenza della forza peso, dipende da massa del corpo.

5.5 Il moto del pendolo



$$s(t) = l\theta(t)$$
$$\vec{a} = l\ddot{\theta}(t)\hat{u}_t + \frac{(l\dot{\theta}(t))^2}{R}\hat{u}_n$$

Perciò:

- $a_n = l\dot{\theta}(t)^2$
- $a_t = l\ddot{\theta}(t)$
- $\theta(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$
- $\ddot{\theta}(t) = -\frac{g}{l}\sin(\theta(t)) \rightarrow -\frac{g}{l}\theta(t)$ (per angoli piccoli)
- $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \implies \omega = \frac{2\pi}{T} \implies T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

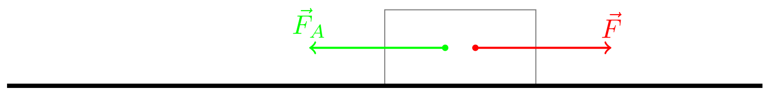
Parlando di forze:

$$\vec{F}_R = \vec{F}_T + \vec{F}_p$$

- $\vec{F}_n^{(R)} = |\vec{F}_T| - |\vec{F}_p|\cos(\theta(t))$
- $\vec{F}_t^{(R)} = -|\vec{F}_p|\sin(\theta(t)) = -mg\sin(\theta(t))$

5.6 Forze di attrito

Le forze di attrito sono forze causati dall'interazione di componenti microspopiche che hanno l'effeto netto di "opporsi" al moto.



Ci sono diversi tipi di attrito che si verificano in situazioni diverse.

5.6.1 Attrito statico

Si parla di attrito statico quando si prova a muovere un corpo con una forza $\vec{F}$ e il corpo non si muove. Esiste un valore massimo di $|\vec{F}_{AS}|$ che l'attrito statico può opporre a $\vec{F}$, prima che il corpo si muova.

$$\vec{F}_{AS}^{\text{MAX}} = \mu_S * |\vec{F}_N|$$

dove μ_S è il coefficiente di attrito statico, tipicamente:

$$\mu_S \sim 0.1$$

5.6.2 Attrito dinamico

Si parla di attrito dinamico quando si ha un corpo in movimento e le forze di attrito si oppongono al moto.

$$\vec{F}_{AD} = \mu_D * |\vec{F}_N|$$

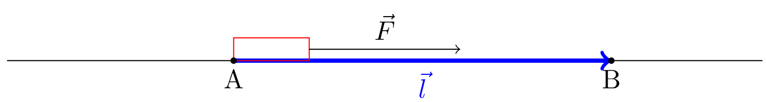
dove μ_D è il coefficiente di attrito dinamico, tipicamente:

$$0 < \mu_D < \mu_S \implies \mu_D \sim 0.01$$

6 Lavoro ed energia

L'energia è la capacità di compiere un lavoro. Per definire un lavoro, occorre una forza definita lungo uno spostamento.
Per esempio:

- Forza costante $\vec{F}$
- spostamento rettilineo $\vec{l}$ diretto come $\vec{F}$

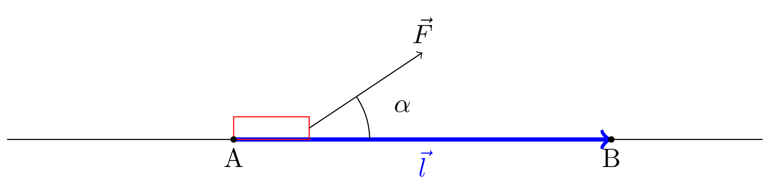


Si definisce in questo caso il lavoro L come:

$$L = |\vec{F}| * |\vec{l}| \text{ assumendo che } \vec{F} \parallel \vec{l}$$

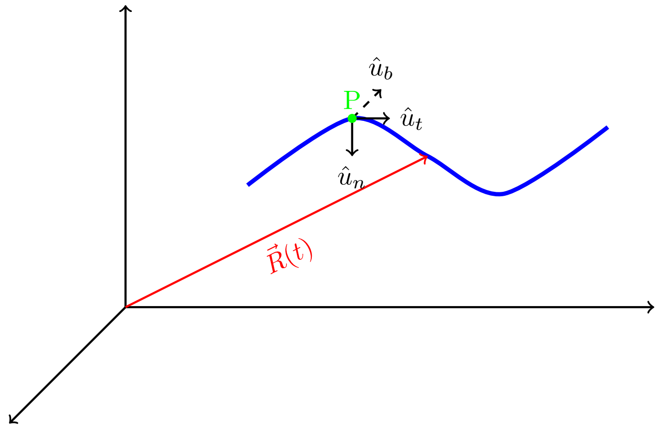
Nell'esempio precedente il tavolo esercita una forza normale allo spostamento ($\vec{F}_n * \vec{l} = 0$). Possiamo definire il lavoro di una forza non necessariamente parallela allo spostamento come:

$$L = \vec{F} * \vec{l} = |\vec{F}| * |\vec{l}| * \cos(\alpha)$$



Quelli precedenti erano casi particolari, ora, assumendo che:

- $\vec{F}$ non è necessariamente costante
- lo spostamento è lungo una curva (non necessariamente una retta)



Definiamo il lavoro compiuto come:

$$L = \int_A^B F_t dl$$

Dove è la componente tangenziale di $\vec{F}$: $F_t = |\vec{F}| * \cos(\alpha)$
Il lavoro si misura in Joule (J):

$$1J = 1N * 1m$$

6.1 Potenza

Si definisce la potenza di una forza, come il lavoro compiuto da essa in una unità di tempo:

$$P = \frac{dL}{dt}$$

La potenza si misura in Watt (W)

$$1W = \frac{1J}{1s}$$

6.2 Teorema delle forze vive

$$L_{AB} = \frac{1}{2}m|\vec{v_B}|^2 - \frac{1}{2}m|\vec{v_A}|^2$$

Questa relazione motiva definisce l'energia cinetica:

$$T_A = \frac{1}{2}m|\vec{v_A}|^2$$

Perciò il teorema delle forze vive afferma che:

$$L_{AB} = T_B - T_A$$

Cioè il lavoro per spostare un oggetto dal punto A al punto B equivale alla differenza di energia cinetica.

6.2.1 Più di una forza

Nel caso in cui sul corpo di massa m agiscano molte forze $\vec{F_i}$, il teorema rimane vero a patto che il lavoro venga calcolato usando la risultante delle forze:

$$L_{AB} = \int_A^B \vec{F_R} d\vec{l} = \int_A^B (\sum_i \vec{F_i}) d\vec{l} = \sum_i \int_A^B \vec{F_i} d\vec{l}$$

$L_{AB}^{(i)} = \int_A^B \vec{F_i} d\vec{l}$ è il lavoro compiuto dalla forza i-esima:

$$\sum_i L_{AB}^{(i)} = T_B - T_A$$